**Kidolgozott feladatok**

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 1

M

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Adja meg az S és O csomópontok közötti legrövidebb utat, illetve annak hosszát, a Dijkstra-féle címkéző algoritmus segítségével.

**Megoldás**:

A kezdőpont S kap végleges O-s címkét, szomszédai ideiglenes címkéket kapnak.

*6*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük F címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*6*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük A címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*6*

*8*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük I címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*6*

*8*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük N címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*6*

*8*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*9*

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük O címkéjét.

*6*

*8*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*9*

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Legrövidebb út S és O között: S – A – N – O.

Legrövidebb út hossza 9 km.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 2

S

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Keressen minimális kifeszítőfát a Prim algoritmus segítségével.

Adja meg a minimális kifeszítőfa hosszát.

**Megoldás**:

Kiindulunk az S kezdőpontból és kijelöljük a legközelebbi szomszédjával összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük S és/vagy F legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük S, F és/vagy I legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük S, F, I és/vagy A legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük S, F, I, A és/vagy N legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

A minimális kifeszítőfát alkotó élek a kiválasztásuk sorrendjében: SF, FI, IA, AN, NO.

A minimális kifeszítőfa összhossza: 4 + 3 + 3 + 2 + 1 = 13 (km).

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 3

S

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Keressen minimális kifeszítőfát a Kruskal algoritmus segítségével.

Adja meg a minimális kifeszítőfa hosszát.

**Megoldás**:

Kijelöljük a legrövidebb élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük a második legrövidebb élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük a harmadik legrövidebb élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük a negyedik legrövidebb élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük az ötödik legrövidebb élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

A minimális kifeszítőfát alkotó élek a kiválasztásuk sorrendjében: NO, AN, AI, IF, FS.

A minimális kifeszítőfa összhossza: 1 + 2 + 3 + 3 + 4 = 13 (km).

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 4

L

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Adja meg az E és I csomópontok közötti legrövidebb utat, illetve annak hosszát, a Dijkstra-féle címkéző algoritmus segítségével.

**Megoldás**:

A kezdőpont E kap végleges O-s címkét, szomszédai ideiglenes címkéket kapnak.

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*14*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük T címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*14*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük S címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*11*

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük R címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*12*

*11*

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük L címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*12*

*11*

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük O címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*12*

*11*

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük I címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

**8**

**7**

*12*

*11*

*3*

**8**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Legrövidebb út E és I között: E – R – I. Legrövidebb út hossza 12 (km).

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 5

M

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Keressen minimális kifeszítőfát a Prim algoritmus segítségével.

Adja meg a minimális kifeszítőfa hosszát.

**Megoldás**:

Kiindulunk az E kezdőpontból és kijelöljük a legközelebbi szomszédjával összekötő élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük E és/vagy T legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük E, T és/vagy S legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük E, T, S és/vagy R legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük E, T, S, R és/vagy L legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük E, T, S, R, L és/vagy I legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

A minimális kifeszítőfát alkotó élek a kiválasztásuk sorrendjében: ET, ES, TR, RL, LI, IO.

A minimális kifeszítőfa összhossza: 1 + 3 + 3 + 6 + 6 + 7 = 26 (km).

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 6

M

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Keressen minimális kifeszítőfát a Kruskal algoritmus segítségével.

Adja meg a minimális kifeszítőfa hosszát.

**Megoldás**:

Kijelöljük a legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük a második legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük a harmadik legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük a negyedik legrövidebb élt ( a 4-es hosszúságút nem lehet, mert kört eredményezne).

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük az ötödik legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük a hatodik legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

A minimális kifeszítőfát alkotó élek a kiválasztásuk sorrendjében: ET, ES, TR, RL, LI, IO.

A minimális kifeszítőfa összhossza: 1 + 3 + 3 + 6 + 6 + 7 = 26 (km).

**Mátrixos**

**Címe**: 7

M

**Kérdés**: Keressék meg az alábbi iráyított gráf P és C csomópontjai között lévő leghosszabb utat szomszédsági mátrix segítségével. Mennyi a leghosszabb út hossza, ha a gráf súlyai távolságokat jelentenek méterben megadva?

**3**

**5**

**7**

**2**

**1**

**9**

**6**

**11**

**8**

**4**

**7**

**5**

**Megoldás**:

A gráf szomszédsági mátrixába beírjuk az összes csomópontot előremutató sorrendbe.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | P | U | V | H | O | C |
| P |  |  |  |  |  |  |
| U |  |  |  |  |  |  |
| V |  |  |  |  |  |  |
| H |  |  |  |  |  |  |
| O |  |  |  |  |  |  |
| C |  |  |  |  |  |  |

A mátrixba felvesszük az éleket a megadott súlyokkal.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | P | U | V | H | O | C |
| P |  | 2 | 4 |  | 9 |  |
| U |  |  | 1 | 8 | 3 | 11 |
| V |  |  |  | 5 |  |  |
| H |  |  |  |  | 6 | 7 |
| O |  |  |  |  |  | 7 |
| C |  |  |  |  |  |  |

Kiegészítjük a mátrixot egy jobboldali oszloppal, ahová beírjuk minden csomópont kezdőponttól való leghosszabb útvonalának távolságát. Beírjuk a kezdőpontnak önmagától vett távolságát.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | P | U | V | H | O | C | Leghosszabb út |
| P |  | 2 | 4 |  | 9 |  | 0 |
| U |  |  | 1 | 8 | 3 | 11 |  |
| V |  |  |  | 5 |  |  |  |
| H |  |  |  |  | 6 | 7 |  |
| O |  |  |  |  |  | 7 |  |
| C |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk az U csomópontnak a P ponttól számított leghosszabb távolságát.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | P | U | V | H | O | C | Leghosszabb út |
| P |  | 2 | 4 |  | 9 |  | 0 |
| U |  |  | 1 | 8 | 3 | 11 | 2P |
| V |  |  |  | 5 |  |  |  |
| H |  |  |  |  | 6 | 7 |  |
| O |  |  |  |  |  | 7 |  |
| C |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk a V csomópontnak a P ponttól számított leghosszabb távolságát..

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | P | U | V | H | O | C | Leghosszabb út |
| P |  | 2 | 4 |  | 9 |  | 0 |
| U |  |  | 1 | 8 | 3 | 11 | 2P |
| V |  |  |  | 5 |  |  | 4P |
| H |  |  |  |  | 6 | 7 |  |
| O |  |  |  |  |  | 7 |  |
| C |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk a H csomópontnak a P ponttól számított leghosszabb távolságát..

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | P | U | V | H | O | C | Leghosszabb út |
| P |  | 2 | 4 |  | 9 |  | 0 |
| U |  |  | 1 | 8 | 3 | 11 | 2P |
| V |  |  |  | 5 |  |  | 4P |
| H |  |  |  |  | 6 | 7 | 10U |
| O |  |  |  |  |  | 7 |  |
| C |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk az O csomópontnak a P ponttól számított leghosszabb távolságát..

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | P | U | V | H | O | C | Leghosszabb út |
| P |  | 2 | 4 |  | 9 |  | 0 |
| U |  |  | 1 | 8 | 3 | 11 | 2P |
| V |  |  |  | 5 |  |  | 4P |
| H |  |  |  |  | 6 | 7 | 10U |
| O |  |  |  |  |  | 7 | 16H |
| C |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk a C csomópontnak a P ponttól számított leghosszabb távolságát..

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | P | U | V | H | O | C | Leghosszabb út |
| P |  | 2 | 4 |  | 9 |  | 0 |
| U |  |  | 1 | 8 | 3 | 11 | 2P |
| V |  |  |  | 5 |  |  | 4P |
| H |  |  |  |  | 6 | 7 | 10U |
| O |  |  |  |  |  | 7 | 16H |
| C |  |  |  |  |  |  | 23 O |

Leghosszabb út P-től C-ig: P – U – H – O – C.

Leghosszabb út hossza: 23 méter.

**Mátrixos**

**Címe**: 8

L

**Kérdés**: Keressék meg az alábbi iráyított gráf V és W csomópontjai között lévő leghosszabb utat szomszédsági mátrix segítségével. Mennyi a leghosszabb út hossza, ha a gráf súlyai távolságokat jelentenek méterben megadva?

**5**

**3**

**5**

**11**

**4**

**3**

**7**

**8**

**2**

**6**

**12**

**4**

**6**

**5**

**Megoldás**:

A gráf szomszédsági mátrixába beírjuk az összes csomópontot előremutató sorrendbe.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | V | B | H | R | Z | Q | W |
| V |  |  |  |  |  |  |  |
| B |  |  |  |  |  |  |  |
| H |  |  |  |  |  |  |  |
| R |  |  |  |  |  |  |  |
| Z |  |  |  |  |  |  |  |
| Q |  |  |  |  |  |  |  |
| W |  |  |  |  |  |  |  |

A mátrixba felvesszük az éleket a megadott súlyokkal.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | V | B | H | R | Z | Q | W |
| V |  | 3 | 4 |  |  |  |  |
| B |  |  | 2 | 8 | 3 |  | 11 |
| H |  |  |  | 5 |  | 12 |  |
| R |  |  |  |  | 6 |  | 6 |
| Z |  |  |  |  |  | 5 | 7 |
| Q |  |  |  |  |  |  | 4 |
| W |  |  |  |  |  |  |  |

Kiegészítjük a mátrixot egy jobboldali oszloppal, ahová beírjuk minden csomópont kezdőponttól való leghosszabb útvonalának távolságát. Beírjuk a kezdőpontnak önmagától vett távolságát.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | V | B | H | R | Z | Q | W | Leghosszabb táv |
| V |  | 3 | 4 |  |  |  |  | 0 |
| B |  |  | 2 | 8 | 3 |  | 11 |  |
| H |  |  |  | 5 |  | 12 |  |  |
| R |  |  |  |  | 6 |  | 6 |  |
| Z |  |  |  |  |  | 5 | 7 |  |
| Q |  |  |  |  |  |  | 4 |  |
| W |  |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk a B csomópontnak a kezdőponttól vett legnagyobb távolságát.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | V | B | H | R | Z | Q | W | Leghosszabb táv |
| V |  | 3 | 4 |  |  |  |  | 0 |
| B |  |  | 2 | 8 | 3 |  | 11 | 3V |
| H |  |  |  | 5 |  | 12 |  |  |
| R |  |  |  |  | 6 |  | 6 |  |
| Z |  |  |  |  |  | 5 | 7 |  |
| Q |  |  |  |  |  |  | 4 |  |
| W |  |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk a H csomópontnak a kezdőponttól vett legnagyobb távolságát.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | V | B | H | R | Z | Q | W | Leghosszabb táv |
| V |  | 3 | 4 |  |  |  |  | 0 |
| B |  |  | 2 | 8 | 3 |  | 11 | 3V |
| H |  |  |  | 5 |  | 12 |  | 5B |
| R |  |  |  |  | 6 |  | 6 |  |
| Z |  |  |  |  |  | 5 | 7 |  |
| Q |  |  |  |  |  |  | 4 |  |
| W |  |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk az R csomópontnak a kezdőponttól vett legnagyobb távolságát.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | V | B | H | R | Z | Q | W | Leghosszabb táv |
| V |  | 3 | 4 |  |  |  |  | 0 |
| B |  |  | 2 | 8 | 3 |  | 11 | 3V |
| H |  |  |  | 5 |  | 12 |  | 5B |
| R |  |  |  |  | 6 |  | 6 | 11B |
| Z |  |  |  |  |  | 5 | 7 |  |
| Q |  |  |  |  |  |  | 4 |  |
| W |  |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk a Z csomópontnak a kezdőponttól vett legnagyobb távolságát.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | V | B | H | R | Z | Q | W | Leghosszabb táv |
| V |  | 3 | 4 |  |  |  |  | 0 |
| B |  |  | 2 | 8 | 3 |  | 11 | 3V |
| H |  |  |  | 5 |  | 12 |  | 5B |
| R |  |  |  |  | 6 |  | 6 | 11B |
| Z |  |  |  |  |  | 5 | 7 | 17R |
| Q |  |  |  |  |  |  | 4 |  |
| W |  |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk a Q csomópontnak a kezdőponttól vett legnagyobb távolságát.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | V | B | H | R | Z | Q | W | Leghosszabb táv |
| V |  | 3 | 4 |  |  |  |  | 0 |
| B |  |  | 2 | 8 | 3 |  | 11 | 3V |
| H |  |  |  | 5 |  | 12 |  | 5B |
| R |  |  |  |  | 6 |  | 6 | 11B |
| Z |  |  |  |  |  | 5 | 7 | 17R |
| Q |  |  |  |  |  |  | 4 | 22Z |
| W |  |  |  |  |  |  |  |  |

Beírjuk a W csomópontnak a kezdőponttól vett legnagyobb távolságát.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kezd./Vég. | V | B | H | R | Z | Q | W | Leghosszabb táv |
| V |  | 3 | 4 |  |  |  |  | 0 |
| B |  |  | 2 | 8 | 3 |  | 11 | 3V |
| H |  |  |  | 5 |  | 12 |  | 5B |
| R |  |  |  |  | 6 |  | 6 | 11B |
| Z |  |  |  |  |  | 5 | 7 | 17R |
| Q |  |  |  |  |  |  | 4 | 22Z |
| W |  |  |  |  |  |  |  | 26Q |

Leghosszabb út V-től W-ig: V – B – R – Z – Q – W.

Leghosszabb út hossza: 26 méter.

**LP modelles**

**Címe**: 9

M

**Kérdés**: Az alábbi gráf élei csőhálózatot mintáznak. A csövekben a megadott irányba halad folyadék az élekre írt lehetséges maximális kapacitásoknak megfelelően, m3/sec-ben mérve.

**3**

**5**

**7**

**2**

**1**

**9**

**6**

**11**

**8**

**4**

**7**

**5**

Írjon lineáris programozási modellt a csőhálózaton időegység alatt átfolyható folyadék maximumának kiszámítására.

**Megoldás**:

Matematikai modell felírása.

Először bevezetünk döntési változókat.

xij – az i-edik csomópontból a j-edik csomópontba továbbított mennyiség (m3/sec)

Felírjuk a változók kötekező nemnegativitását (bevezetünk egy fiktív élt, amely a nyelőből megy a forrásba).

xPU, xPO, xPV, xUO, xUC, xUH, xUV, xVH, xOC, xHO, xHC, xCP ≥ 0

Korlátozó feltételek élekre.

xPU ≤ 2

xPO ≤ 9

xPV ≤ 4

xUO ≤ 3

xUC ≤ 11

xUH ≤ 8

xUV ≤ 1

xVH ≤ 5

xOC ≤ 7

xHO ≤ 6

xHC ≤ 7

Bevezetjük a feltételeket a csomópontokra.

xCP = xPU + xPO +xPV

xPU = xUO + xUC + xUH + xUV

xPV + xUV = xVH

xUH + xVH = xHO + xHC

xUO + xPO +xHO = xOC

xOC + xUC + xHC = xCP

Bevezetjük a célfüggvényt.

xCP → MAX

Excel fájlba írjuk az adatokat és solver segítségével kapjuk meg az optimális megoldást.

PU: 2, PO: 7, PV: 4, UC: 2, VH: 4, OC: 7, HC: 4 kapacitás kihasználtság esetén tud maximális folyam áthaladni a hálózaton, másodpercenként 13 m3.

**LP modelles**

**Címe**: 10

L

**Kérdés**: Az alábbi gráf élei csőhálózatot mintáznak. A csövekben a megadott irányba halad folyadék az élekre írt lehetséges maximális kapacitásoknak megfelelően, m3/sec-ben mérve.

**5**

**3**

**5**

**13**

**11**

**4**

**7**

**8**

**2**

**6**

**12**

**14**

**6**

**5**

Írjon lineáris programozási modellt a csőhálózaton időegység alatt átfolyható folyadék maximumának kiszámítására.

**Megoldás**:

Matematikai modell felírása.

Először bevezetünk döntési változókat.

xij – az i-edik csomópontból a j-edik csomópontba továbbított mennyiség (m3/sec)

Felírjuk a változók kötekező nemnegativitását (bevezetünk egy fiktív élt, amely a nyelőből megy a forrásba).

xVB, xVH, xBZ, xBW, xBR, xBH, xHQ, xHR, xRZ, xRW, xZQ, xZW, xQW, xWV ≥ 0

Korlátozó feltételek élekre.

xVB ≤ 13

xVH ≤ 14

xBZ ≤ 3

xBW ≤ 11

xBR ≤ 8

xBH ≤ 2

xHQ ≤ 12

xHR ≤ 5

xRZ ≤ 6

xRW ≤ 6

xZQ ≤ 5

xZW ≤ 7

xQW ≤ 4

Bevezetjük a feltételeket a csomópontokra.

xWV = xVB + xVH

xVB = xBZ + xBW + xBR + xBH

xVH + xBH = xHQ + xHR

xBR + xHR = xRZ + xRW

xBZ + xRZ = xZQ + xZW

xZQ + xHQ = xQW

xBW + xRW + xZW + xQW = xWV

Bevezetjük a célfüggvényt.

XWV → MAX

Excel fájlba írjuk az adatokat és solver segítségével kapjuk meg az optimális megoldást.

VB: 13, VH: 9, BZ: 1, BW: 5, BR: 7, HQ: 4, HR: 5, RZ: 6, RW: 6, ZW: 7, QW: 4 kapacitás kihasználtság esetén tud maximális folyam áthaladni a hálózaton, másodpercenként 22 m3.

**LP modelles**

**Címe**: 11

M

**Kérdés**: Az alábbi irányított gráf egy összetett feladat egymásra épülő tevékenységeinek hálózatát adja meg. Minden egyes tevékenységet csak akkor lehet elkezdeni, amikor már az összes azt megelőző tevékenység befejeződött, és legalább annyi nap alatt végezhető el, amennyit a hozzárendelt súly mutat. Legalább hány napra van szükség a feladat elvégzéséhez? Adja meg a kritikus utat.

**3**

**5**

**7**

**2**

**1**

**9**

**6**

**11**

**8**

**4**

**7**

**5**

**Megoldás:**

A feladat matematikai modellje.

Bevezetünk döntési változókat a csomópontokra.

xi – az i-edik esemény bekövetkezésének ideje

Bevezetjük a kötelező nemnegativitási feltételt.

xP, xU, xV, xO, xH, xC ≥ 0

Felírjuk a tevékenységek elvégzéséhez szükséges minimum időtartam feltételeket.

xU – xP ≥ 2

xO – xP ≥ 9

xV – xP ≥ 4

xO – xU ≥ 3

xC – xU ≥ 11

xH – xU ≥ 8

xV – xU ≥ 1

xH – xV ≥ 5

xO – xH ≥ 6

xC – xH ≥ 7

xC – xO ≥ 7

Bevezetjük a modell célfüggvényét.

z = xC – xP → MIN

Megoldás:

A feladat elvégzéséhez legalább 23 napra van szükség.

A kritikus út: P → U → H → O → C.

**LP modelles**

**Címe**: 12

L

**Kérdés**: Az alábbi irányított gráf egy összetett feladat egymásra épülő tevékenységeinek hálózatát adja meg. Minden egyes tevékenységet csak akkor lehet elkezdeni, amikor már az összes azt megelőző tevékenység befejeződött, és legalább annyi nap alatt végezhető el, amennyit a hozzárendelt súly mutat. Legalább hány napra van szükség a feladat elvégzéséhez? Adja meg a kritikus utat.

**5**

**3**

**5**

**13**

**11**

**4**

**7**

**8**

**2**

**6**

**12**

**14**

**6**

**5**

**Megoldás:**

A feladat matematikai modellje.

Bevezetünk döntési változókat a csomópontokra.

xi – az i-edik esemény bekövetkezésének ideje

Bevezetjük a kötelező nemnegativitási feltételt.

xV, xB, xH, xR, xZ, xQ, xW ≥ 0

Felírjuk a tevékenységek elvégzéséhez szükséges minimum időtartam feltételeket.

xB – xV ≥ 13

xH – xV ≥ 14

xH – xB ≥ 2

xZ – xB ≥ 3

xW – xB ≥ 11

xR – xB ≥ 8

xR – xH ≥ 5

xQ – xH ≥ 12

xZ – xR ≥ 6

xW – xR ≥ 6

xQ – xZ ≥ 5

xW – xQ ≥ 4

Bevezetjük a modell célfüggvényét.

z = xW – xV → MIN

Megoldás:

A feladat elvégzéséhez legalább 36 napra van szükség.

A kritikus út: V → B → R → Z → Q → W.